ぶるぶると子供飛び込む水の音　＜リオーダーポイント＞

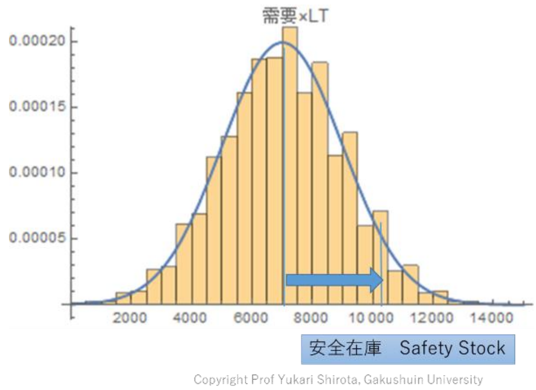
2020 年 10 月下旬　白田由香利

オックスフォードのプライマリースクールで日本との違いを感じたことに，温水プールの冷たさがある．冬の体育の時間に，大型バスで近所の市民プールに連れていってくれるのはよいのだが，その水温が低く，日本人の子供にはつらいものがある．広いプールの片隅に子供たちがかたまり，歓声も全くなく，足の立たない深いプールでぶるぶる震えている．静寂が広がるプールの時間など初めて見た．冬の時期，海岸への遠足で，海に落ちて全身ずぶぬれになったイギリス人のクラスメート女子の話を子供から聞いたことがある．日本であれば病院に担ぎ込む位の大事件になると思う．冬の海はさぞかし寒かろう．しかし，オックスフォードでは，バスで体を拭いて終わりだったそうだ．

昼休みに校庭で子供たちが駆け回っている時，大粒の雹が降ってきた．私も現場に居合わせたのだが，校長先生は「外で遊びなさい」と生徒を叱咤激励している．この後，子供が日本の小学校で，雹が降ってきて校庭で遊んでいたら「早く教室に入りなさい」と注意されたそうだ．日本の常識は世界では通じないことも多い．

リオーダーポイントとは，品切れになる前にいつの時点で再発注(reorder)すればよいか，という問題であった．リオーダーポイントの話を続ける．

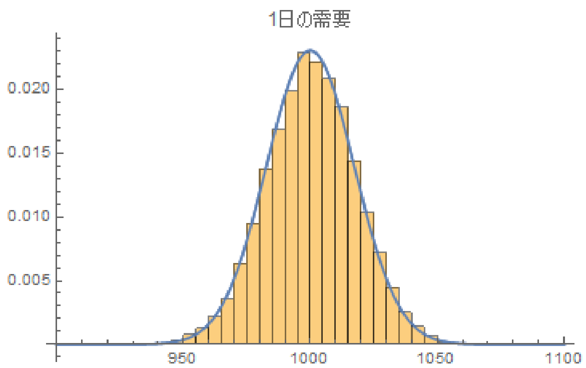
問題：　ホテル白熊では，1 日平均 1000 個の卵を使う．分散は 300 である．特別な玉子を使用しているので，LT は平均 7 日かかる．LT の分散は 4 である．品切れ率は 2.5%以下に抑えたい．卵の在庫が何個に減ったら，発注をかける必要があるか？

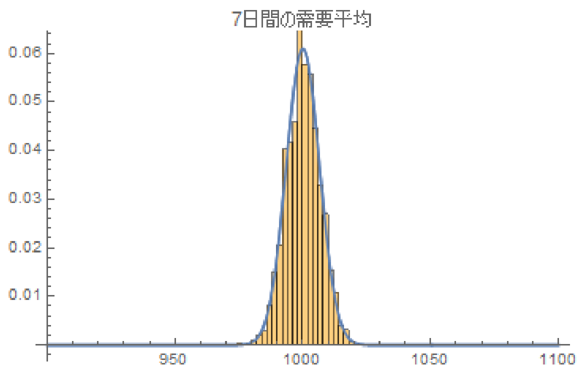


まず文章題で与えられたデータを書き出してみよう．

- 需要 d は N(1000, 300)に従う．
- LT は N(7, 4)に従う．

リオーダーポイントは d×LT 個で求められるが．d も LT も確率変数であり，独立に変動する．両方の変数を動かす前に，簡単のため，LT は固定とし，d だけ動くとしよう．1 日の需要が N(1000, 300)のとき，7 日間の標本平均はどうなるか．母集団(下左図)から 7 個サンプリングして，足して 7 で割る，を繰り返して標本平均の分布を描こう(下右図参照)．

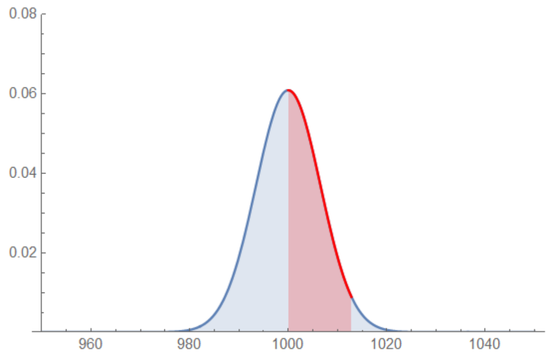




上図にシミュレーションの結果のヒストグラムと，中心極限定理による理論分布を描いた．LT 日間の標本平均は以下の正規分布に従う．LT＝ 7 なので，分散は 300÷7 と小さくなる．

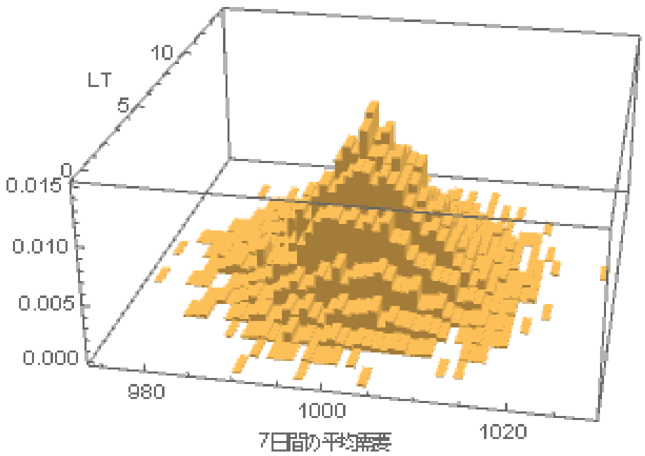
$$\frac{d_1 + d_2 + \cdots + d_{LT}}{LT} \sim \quad N(d, \frac{\sigma_d^2}{\mathrm{LT}}\ )$$

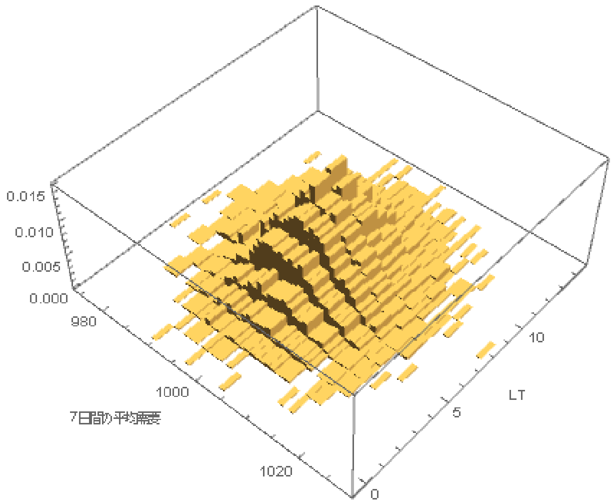
品切れ率は 2.5%以下に設定したいと思った場合, 安全在庫分は **1.96×** $\sqrt{\frac{300}{7}} = 1.96 \times 6.547$ **≅12.8 である(右図の赤の部分が安全在庫分).**



(1000＋12.8)× 7 ≅7090 個がリーオーダーポイントになる．

次に LT も変動させてみよう．2 変数を両方変動させたときのヒストグラムは以下のようになる．縦軸は確率密度である．2 つは同じ 3 次元ヒストグラムを違う角度から見たものである．この分布は厳密には 2 次元正規分布にはならないが，2 次元正規分布として，近似の計算をする．





ここでは， 2 つの独立変数 X と Y 分散 Var[XY]の公式を使う．E[X]とは，X の平均である．

$$\mathrm{Var}[XY]=\mathrm{Var}[X]\mathrm{Var}[Y]+\mathrm{E}[X]^2\,\mathrm{Var}[Y]+\mathrm{E}[Y]^2\,\mathrm{Var}[X]$$

リオーダーポイントの計算は以下のようになる．但し $d{\sim}N\left(\bar{d}\ \ ,\frac{\sigma_d^2}{LT}\right)$， $LT{\sim}N(\overline{LT}\ \ ,\sigma_{LT}^2\,)$

$$\bar{d} \times \overline{LT} + 1.96\left(\frac{\sigma_d^2}{LT} \times \sigma_{LT}^2 + \bar{d}^2 \times \sigma_{LT}^2 + \quad \overline{LT}^2 \times \frac{\sigma_d^2}{LT}\right)^{\frac{1}{2}} = 1000 \times 7 + 1.96\left(\frac{300}{7} \times\ 4 + 1000^2 \times 4 + 49 \times \frac{300}{7}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\cong 7000 + 1.96 \times 2000.568 \cong 10921 \cong 10900$$

1.96 は有効数字 3 桁なので，答えも有効数字 3 桁の 10900 個とした．

終わり

引用元： 古池や蛙飛び込む水の音 芭蕉