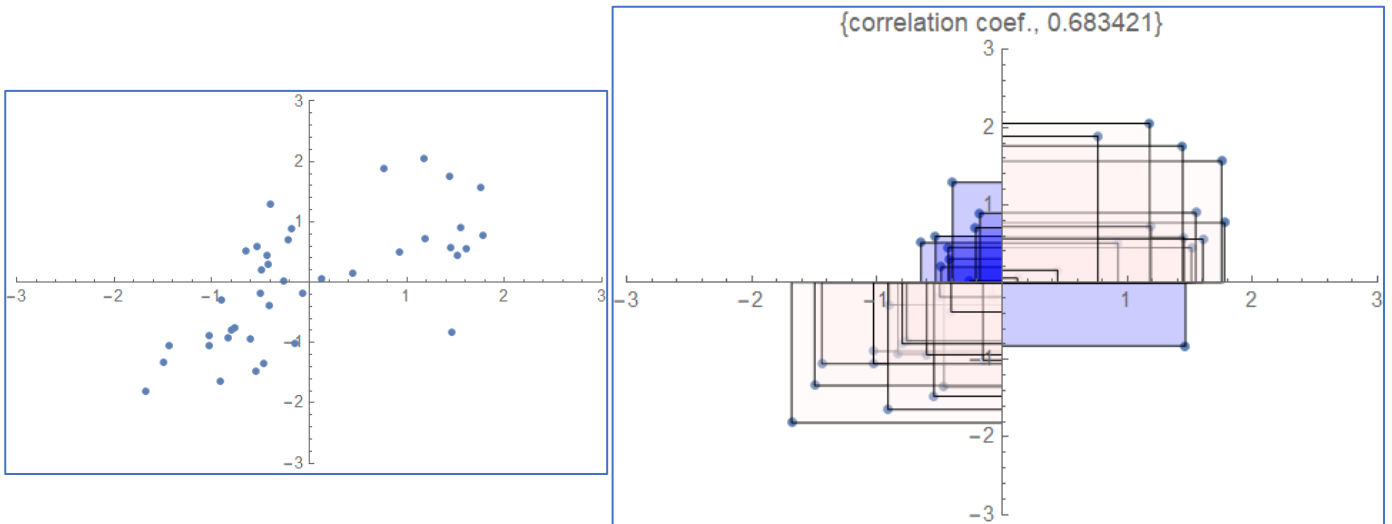


台風通過の影響で、急に寒くなった。この週末は静かに冬ごもりをしよう。ZOOMで院生の指導をすませると、オックスフォードの友人パメラ氏から発表用スライドの直しが届いた。ACM AI in Finance (ICAIF)という金融における人工知能という分野のトップ・カンファレンスに論文が合格し、来週発表をする。文字通り“The first scholarly peer-reviewed conference dedicated to AI in Finance.”である。本来コロナさえなければニューヨークに飛んでいたのに、いたしかたなく仮想会議になった。普段であれば、スライドの英語のチェックは他人に頼まず、自分で直して終わりなのだが、今回は超難関国際会議だったので、晴れの舞台にふさわしいように、オックスフォード風の香りのするスタイルで決めたかった。パメラ氏は美的センスもよく、開催地がロンドンの時は、重厚な色彩で統一し、今回はニューヨークっぽくメタリックでスマートな色合いで揃えてくれた。早速ライトして頂いた英文スクリプトを声に出して読み、喋りにくい表現は変え、覚えにくい表現はスライド本体に書き込む。学会発表のコツは「下を向いて原稿を読んではいけない」である。それまでに、スクリプトを頭に入れ、予想される質問に対する回答を作っておく。数日すれば発表練習ができるサイトが開かれるので、そこでも練習をする。仮想国際会議を盛り上げるために、単に映像をライブで配信するだけでなく、会議システムには、発表者のプロフィールとコンタクト機能、小向での立ち話を実現できるような機能が付いている。コロナで集まることができないのであれば、バーチャル機能を高めていくしかない。基調講演者のプラド教授の著書にサインをして頂く、というようなことは仮想空間で今後実現できるであろうか。

経済・経営分野における多変量解析において、分散共分散行列は重要な概念であり、それを真に理解させることは、経済・経営数学教育において非常に重要である。ということで、共分散の可視化を見ていく。



上左図のようなデータが与えられたとする。予め、データの平均が原点になるように、移動しておく。2次元データの共分散とは、 $S_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ である。ここでデータ数 n である。(x 値の平均 \bar{x} からのずれ) \times (y 値の平均 \bar{y} からのずれ) の値を n 項分加算して、 n で割る。(x 値の平均 \bar{x} からのずれ) \times (y 値の平均 \bar{y} からのずれ) の値の正負は、プラス \times プラスのときプラスとなり、

プラス×マイナスのときマイナスとなる。上右図で、このようすを可視化した。この掛け算がプラスとなるのは第1象限と第3象限に点が存在する場合である。図中ピンクの矩形で示した。この掛け算がマイナスとなるのは第2象限と第4象限に点が存在する場合で、図中ブルーの矩形で示した。

$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ の和の結果、ピンクの矩形の総面積とブルーの矩形の総面積を比較して、どちらが多いかが分かる。ピンクとブルーの2色のタイルをペタペタ張って行って、最後にタイルの総面積を比較する、というような感じである。

共分散を使った式を2つ見ていこう。

ピアソンの相関係数は、 $r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}}$ である。共分散を(xの分散×yの分散)のルートで割る。ピン

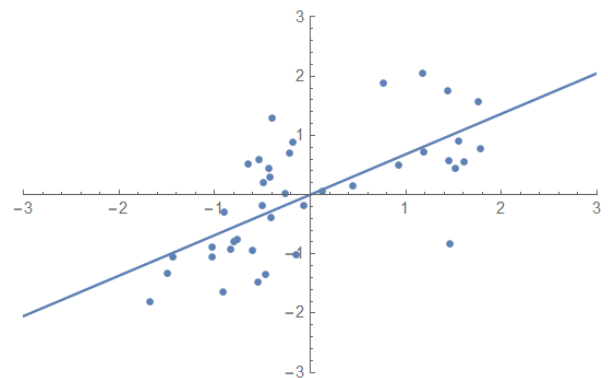
クの矩形の総面積のほうが大きければ、プラスとなる。両者の総面積が同じであれば、0となる。分母にxの分散とyの分散の項があり、これによりスケールしているのだから、相関係数の取りうる範囲は-1から+1である。この例のデータの相関係数は0.68である。プラスの値ということは、ピンクの矩形総面積のほうがブルーよりも大きかったからである。

次は単回帰分析である。右図では、散布図に線形回帰式(直線)を書き入れた。回帰直線の傾きの公式は

$$a = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

である。傾きがプラスであるかマイナスであるかは、分子の共分散の値で決まる。この例では、ピンクの矩形の総面積のほうが大きいのでプラスであった。よって傾きもプラスである。回帰式 $y = ax$ における傾き a は、

x が1増加したときの y の増加分を表しているのだから、 x の分散でスケールする(分母の S_{xx} 参照)。



終わり

引用元： 田一枚植ゑて立ち去る柳かな 芭蕉

* Yukari Shirota, Kenji Yamaguchi, Akane Murakami, and Michiya Morita: "An analysis of political turmoil effects on stock prices," 1st International Conf. AI in Finance (ICAIF), ACM, 15th to 16th, October, 2020, Virtual Conference, (in printing). <https://ai-finance.org/conference-program/>

* 引用：白田由香利，高橋裕：「共分散に関する多変量解析の可視化教材」，学習院大学経済論集，52巻2号（通巻163号）／2015年7月，pp. 49-63, 2015年。

https://www.gakushuin.ac.jp/univ/eco/gakkai/pdf_files/keizai_ronsyuu/index2.html