

2020年12月中旬 白田由香利

久しぶりに研究室に行く。押印して処理しなくてはならない書類があるからだ。経済学部の入っている建物の近くに、大きな山茶花の木がある。満開の紅い花が学生の戻ってくるのを待っているようだ。主なしとて春を忘るな。雑用も終わり、科研Bで買ったGPUマシン【宇宙猫アプロ2020】(NVIDIA TITAN搭載)に目が行った。うちの研究室のマシン名は、神林長平先生のSF、敵は海賊シリーズのキャラからつけることが多い。そう言えば、パイソン環境を整備して以来、電気を入れていない。構ってあげなくてごめんね、と言いながら電源は入れたが、果たして、パスワードが通らない。正直、血が凍った。私がどこかに記録を残していないわけがない、と本棚のファイルとノートを片端から見っていくが、本当に無い。コロナ禍で気がどこか抜けていたのかもしれない。一からインストールだとしたら、膨大な作業になってしまう。「どうしよう...」。まずは2次災害を出さないために、お茶を煎れて気を落ち着けよう。冷蔵庫からプリンも出して頂こう。この後、思いつくパスワードを紙に書いては、キー入力して試す、ということを行ったところ、3つ目で通った。「これ、確か先ほど試したはずなのに、おかしい」と思った。まるでアプロが「僕のようにすごいマシンがあるのに、電気も入れないでほっておいて、家でしょぼいノートPCの上にウブツツ載せて分析してるからさ。悪戯してやる」とすねているように感じた。「アプロ、今はコロナにかからないことが優先なのよ。ゼロチャージで君と分析に没頭して罹患して死んじゃったらしゃれにならないから」。山茶花の木も、マシンも学生が来て賞賛してくれることを心待ちにしている。

さて、経過利子付き外債のプライシングの問題を説明しよう。臨場感があつたほうがよいので、三菱UFJモルガン・スタンレー証券の既発外債から問題を作ることにする。

通貨	銘柄	利率 (外貨建)	償還日	利払日	販売価格	税引前 複利利回り (外貨建)	申込単位 (通貨単位)	受渡日	外国 証券 情報	企業 内容 開示
AUD	トヨタ・モーター・ファイナンス (ネザラズ)	1.27%	2024/11/13	05/13 11/13	102.9	0.519%	1,000豪ドル	2020/12/16		

(三菱UFJモルガン・スタンレー証券、既発債のページから引用、参照日は2020年12月14日)

上記の外債を見てみよう。AUDはオーストラリアドルである。

クーポン率(年率) : 1.27%

複利利回り(年率) : 0.519%--- 複利利回りはIRRのことで、満期利回りと呼ぶ。

受渡日が2020年12月16日で、クーポン支払いが年2回、満期(償還日)が2024年11月13日。

上記の条件から、受渡日におけるこの債券の PV を求めよ。PV が上記に書かれた 102.9 円になれば、正解である。



	2020/11/13	日数		2021/5/13 PV	2020/12/16 PV
	2020/12/16	33	-102.9		
0	2021/5/13	148	0.635	0.5192265	
1	2021/11/13	184	0.635	0.6333564	
2	2022/5/13	181	0.635	0.6317171	
3	2022/11/13	184	0.635	0.6300821	
4	2023/5/13	181	0.635	0.6284512	
5	2023/11/13	184	0.635	0.6268246	
6	2024/5/13	182	0.635	0.6252022	
7	2024/11/13	184	100.635	98.8257935	
				<b>103.1206537</b>	<b>102.9023590</b>

まずキャッシュフローを描くと上記のようになる。満期の額面 100 の支払いに比較すると毎回のクーポンの支払い 0.635 (1.27%の半分) は非常に小さいことが分かる。クーポン支払いは満期の支払いも含めて 8 回ある。しかし、1 回目の 2021 年 5 月 13 日の 0.635 は、前所有者と按分しなくてはならない。それは所有日数を見れば分かる(以下の EXCEL の表を参照のこと)。

既発債というのは、前所有者がいる。その人から購入したのが 2020 年 12 月 16 日で、第 0 回目の 2021 年 5 月 13 日まで所有日数は 148 日しかない。前所有者は最後にクーポンをもらった 2020 年 11 月 13 日から売り渡した日までの 33 日間は所有している。よって、按分してクーポンの一部を前所有者に渡さなくてはならないので取り分は減る。

$$0.635 \times \frac{148}{33 + 148} \approx 0.5192265$$

最終的に求めたいのは受渡日の PV であるが、始めに 2021 年 5 月 13 日の PV を求める。半年複利の公比は  $R = 1 + \frac{0.00519}{2}$  である。クーポン支払いは半年に 1 回だからである。各クーポン支払い 0.635 の PV

を求める式は  $\frac{0.635}{R^i}$  となる。変数  $i$  は、割り引く期間を半年単位で数えている。よって、1, 2, 3,

4, 5, 6, 7 と増える。額面 100 の PV は  $\frac{100}{R^7}$  となる。合計すると、以下の額になる。

$$\text{2021 年 5 月 13 日の PV} \cong 103.12$$

EXCEL を使わない場合の、等比数列の和の公式を使った計算方式もやってみよう。

第 1 回目の按分されたクーポンの PV + 7 個のクーポンの PV + 100 の PV

$$\cong 0.5 + \frac{0.635}{R} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{R}\right)^7}{1 - \left(\frac{1}{R}\right)} + \frac{100}{R^7} \cong 0.5 + 4.4 + 98.2 \cong 103.1$$

等差数列の公比は  $\left(\frac{1}{R}\right)$  で、初項は  $\left(\frac{0.635}{R}\right)$  であることに注意しよう。  $\frac{0.635}{R^1}, \frac{0.635}{R^2}, \frac{0.635}{R^3}, \frac{0.635}{R^4}, \dots$

次に、これを 2020 年 12 月 16 日の PV に換算する。2 つの期日の間は 148 日である。148 日は半年何個分か？

$$\frac{148}{33+148} = \frac{148}{181} \text{ 半年分である。}$$

$$\text{【2020 年 12 月 16 日の PV】} \times R^{\frac{148}{181}} = \text{【2021 年 5 月 13 日の PV】}$$

よって **【2020 年 12 月 16 日の PV】**  $\cong 102.9$  となる。WEB では 102.9 円となっていたので、正解である。時々、証券会社の示す価格と異なるときがある。この差は有効数字の桁数が少ないことに起因している。与えられた満期利回り率が 0.519% と、有効数字が 3 桁しか与えられていなかった。有効数字 3 桁の場合、結果で信頼できるのは、高々有効数字 3 桁までである。それ以上は情報が足りないので分からない。もちろん、証券会社の内部では、もっと有効数字の桁数を多く計算しているが、WEB に載せるのは 0.519% とした、ということである。

私の経営数学 2 の講義では、期末の最も難しい問題として、この経過利子付き外債プライシングの問題を出している。問題を解く際に、難しいのは暦の計算である。私も日数計算は苦手である。その部分は、所有期間は 148 日で計算せよ、というように提示している。肝心なことはこういう仕組みで PV を計算していく、その考え方である。

終わり

引用元：年暮れぬ笠きて草鞋はきながら 芭蕉